ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Бунеева С.С. «Некоторые краевые задачи в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа С.С. Бунеева посвящена исследованию качественных свойств краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка. На границе $t=0$ вырождающееся уравнение высокого порядка вырождается в уравнение третьего порядка по переменной t. Такие краевые задачи описывают математические модели процессов с вырождением. Это такие модели, которые учитывают существенное влияние границы области на процессы, происходящие внутри области.

Подобные уравнения используются при описании стационарных диффузионных, магнитных и электростатических процессов в неоднородных анизотропных средах, в частности, стационарных процессов конвекции – диффузии в неоднородных анизотропных средах, характерных тем, что при приближении к границе коэффициент диффузии стремится к нулю, процессов фильтрации газов в пористой среде, процессов фильтрации двухфазных жидкостей, процессов распространения примесей в жидкокристаллических растворах, находящихся под действием электромагнитного поля, а также процессов в многокомпонентных средах.

Интенсивное развитие математического моделирования стационарных процессов с вырождением, потребовало разработки новых методов исследования краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений. Первые фундаментальные результаты в этом направлении принадлежат М. В.

Келдышу, который изучил задачу Дирихле для одного уравнения второго порядка эллиптического типа, вырождающегося в уравнение параболического типа на части границы, являющейся характеристическим многообразием для этого уравнения. Полученные им результаты развивались и обобщались О.А. Олейник. Обобщенные решения вырождающихся эллиптических уравнений были изучены в работах С.Г. Михлина и М.И. Вишика. Краевые задачи для вырождающихся эллиптических уравнений при степенном характере вырождения были изучены в работах М.И. Вишика и В.В. Грушина. Ряд важных результатов для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка при произвольном (сильном) характере вырождения был получен в работах В.П. Глушко, С.З. Левендорского, А.Д. Баева. Фундаментальные результаты по изучению асимптотических свойств решений вырождающихся эллиптических уравнений были получены в работах В.А. Кондратьева, Е.М. Ландиса, Ю.В. Егорова. Теория краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений интенсивно развивается в настоящее время.

В диссертационной работе С.С. Бунеева исследованы новые классы краевых задач для вырождающихся эллиптических дифференциальных уравнений высокого порядка, что, несомненно, имеет большое значение для развития теории вырождающихся эллиптических уравнений.

Сказанное выше подтверждает актуальность темы диссертации С.С. Бунеева.

Остановимся более детально на содержании диссертации.

Во введении дается обзор достижений по рассмотренной в диссертации тематике, обосновывается соответствие диссертации специальности 01.01.02 и формулируются основные результаты работы.

В первой главе устанавливаются коэрцитивные априорные оценки решений одного класса краевых задач в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, содержащего невырожденную производную третьего порядка по переменной t.

В полосе $R_d^n = \left\{ x \in R^{n-1},\, 0 < t < d \right\}$, где $d > 0$ - некоторое число,

рассматривается уравнение

$$A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v(x,t) = F(x,t), \tag{1}$$

где $A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v = L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) v + b\partial_t^3 v$, $L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) = \sum\limits_{|\tau|+j\le 2m} a_{\tau j} D_x^\tau D_{\alpha,t}^j$,

$a_{\tau j}, b$ – комплексные числа, $\operatorname{Im} \bar{b}\, a_{0,2m} = 0$.

Здесь $D_{\alpha,t} = i\sqrt{\alpha(t)}\partial_t\sqrt{\alpha(t)}$, $\partial_t = \dfrac{\partial}{\partial t}$, $D_x^\tau = i^{|\tau|}\partial_{x_1}^{\tau_1}\partial_{x_2}^{\tau_2}\ldots\partial_{x_{n-1}}^{\tau_{n-1}}$.

На границе $t = 0$ полосы R_d^n задается условие

$$B\left(D_x\right) v\big|_{t=0} = \sum_{|\tau|\le m^*} b_\tau D_x^\tau v\big|_{t=0} = G(x) \tag{2}$$

коэффициенты b_τ - комплексные.

Условия на границе $t = d$ полосы R_d^n задаются условия

$$v\big|_{t=d} = \partial_t v\big|_{t=d} = \ldots = \partial_t^{m-1} v\big|_{t=d} = 0. \tag{3}$$

Установлены коэрцитивные априорные оценки решений краевой задачи (1) – (3) в специальных весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева. Нормы в этих пространствах определяются с помощью интегрального преобразования F_α, введенного и исследованного в работах В.П. Глушко и А.Д. Баева.

Во второй главе диссертации доказаны теоремы о существовании и единственности решения краевой задачи (1) – (3).

В третьей главе диссертации рассматривается следующая краевая задача в полосе R_d^n:

$$A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v(x,t) = F(x,t), \tag{4}$$

где $A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right)v = L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right)v - b\partial_t^3 v$, $L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) = \sum_{|\tau|+j\le 2m} a_{\tau j} D_x^\tau D_{\alpha,t}^j$,

b, $a_{\tau j}$ - комплексные числа, $Im\,\overline{b}a_{02m} = 0$.

$$B_j\left(D_x\right)v\big|_{t=0} = \sum_{|\tau|\le m_j} b_{\tau j} D_x^\tau \partial_t^{j-1} v\big|_{t=0} = G_j\left(x\right),\ j = 1,2 \tag{5}$$

с комплексными коэффициентами $b_{\tau j}$.

$$v\big|_{t=d} = \partial_t v\big|_{t=d} = \ldots = \partial_t^{m-1} v\big|_{t=d} = 0. \tag{6}$$

Изменение знака при $\partial_t^3 v$ по сравнению с уравнением (1) привело к тому, что на границе $t=0$ для уравнения (4) необходимо ставить два граничных условия. Таким образом, младший в смысле регулярных эллиптических уравнений член $\partial_t^3 v$ оказывает влияние на постановку граничных условий.

Установлена коэрцитивная априорная оценка решений краевой задачи (4) –(6) в весовых пространствах типа пространств С. Л. Соболева.

В четвертой главе диссертации доказаны теоремы о существовании и единственности решений задачи (4) –(6).

В качестве замечаний следует отметить наличие некоторых опечаток в диссертационной работе. Например, в главе 3 на странице 76 в правой части неравенства (3.1.54) перед слагаемым $\left\|D_{\alpha,t}^{2m}\right\|$ пропущен множитель ε. В главе 4 на странице 144 следует писать теорема 8, а не теорема 4. Эти замечания не влияют на общее положительное впечатление от диссертационной работы.

Результаты диссертации являются новыми и актуальными. Эти результаты вносят весомый вклад в развитие теории краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений. Все утверждения диссертации полностью доказаны. Результаты диссертации полностью и своевременно опубликованы в 20 научных работах автора, из них 5 работ входят в официальный список ВАК РФ. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа С. С. Бунеева удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Сергей Сергеевич Бунеев, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент, заведующий
кафедрой функционального анализа и
дифференциальных уравнений ФГБОУ ВПО
СОГУ, доктор физико – математических
наук, доцент М.С. Бичегкуев

Контактные данные:
Адрес: 362040, Республика Северная Осетия-Алания, г. Владикавказ,
ул. Революции, 5, кв.7
тел: +7 (928) 860-83-43
E-mail: *bichegkuev@yandex.ru*

Подпись доцента Бичегкуева М.С. заверяю
Ученый секретарь
ученого совета ФГБОУ ВПО СОГУ Ф.А. Кокаева
01.02.2016